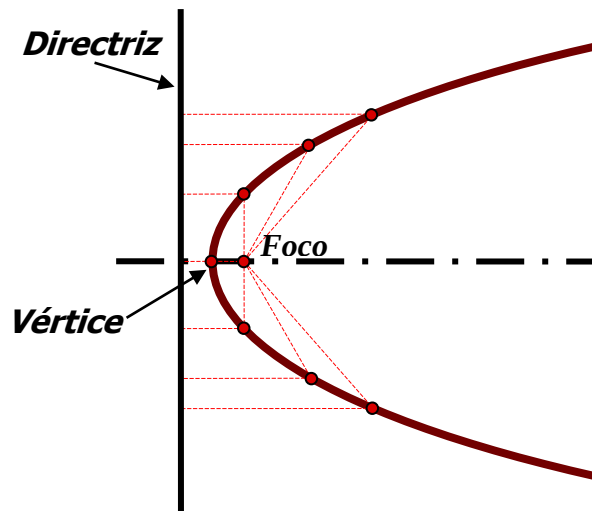


PARÁBOLA

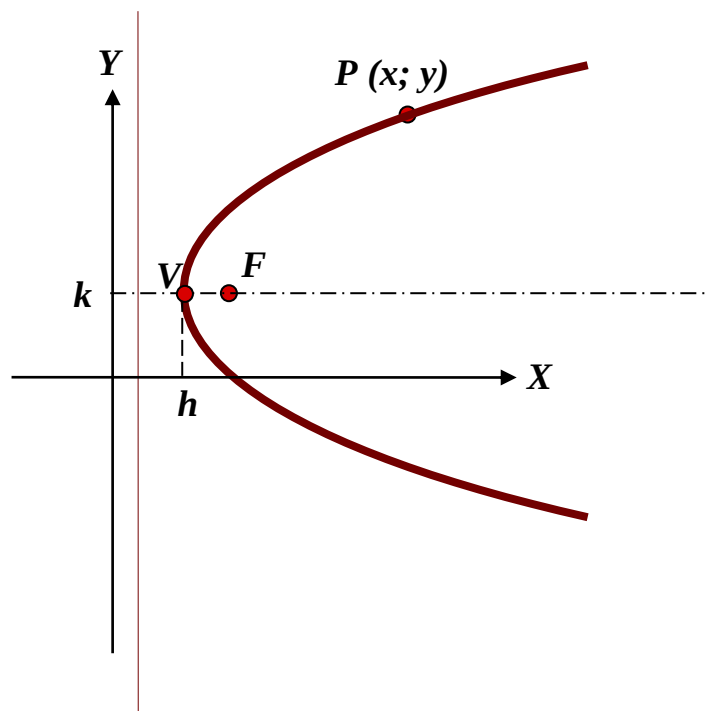
Es el lugar geométrico de los puntos de un plano equidistantes a una recta y un punto fijos fuera de ella.

Denominándose a la recta **directriz** y al punto **foco**.



Ecuación de la parábola

Para definir una ecuación que represente a todos los puntos de la parábola debemos primero referirla a un sistema de ejes cartesianos.



Donde: V es el vértice de la parábola, con coordenadas (h ; k)
F es el foco de la parábola

La ecuación que representa a todos los puntos de la parábola **(con eje paralelo o coincidente con el eje X)** es:

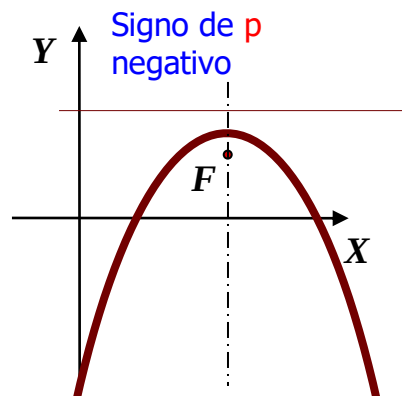
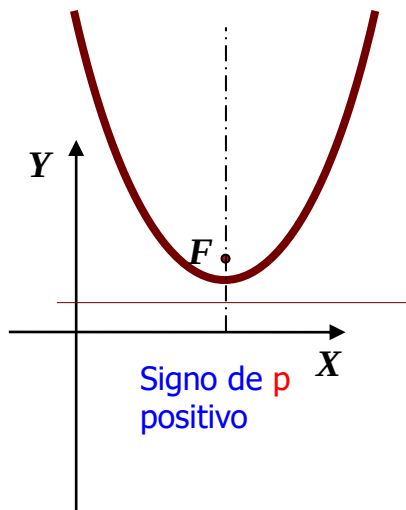
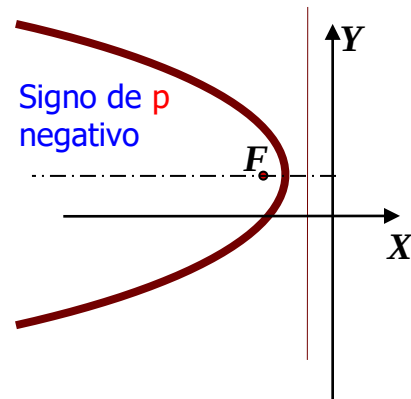
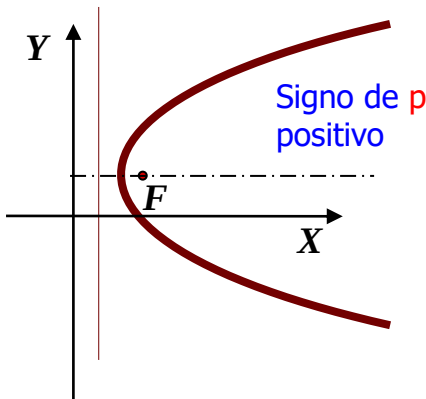
$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

Donde **p** es el **parámetro**, y es la distancia existente entre el vértice y el foco, que es la misma que existe entre el vértice y la directriz.

La ecuación que representa a todos los puntos de la parábola **(con eje paralelo o coincidente con el eje Y)** es:

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

El signo que tenga el parámetro **p** nos indicará hacia donde se orienta la parábola:



Ejemplo:

Dada la ecuación: $(x + 2)^2 = 4(y - 3)$

Hallar el valor del parámetro "p", coordenadas del vértice, coordenadas del foco y ecuación de la recta directriz.

Si comparamos la ecuación dada con la ecuación genérica de la parábola:

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

Podemos deducir que:

Para que $(x + 2)^2$ sea igual a $(x - h)^2$ debe ser: $h = -2$

Para que $(y - 3)$ sea igual a $(y - k)$ debe ser: $k = +3$

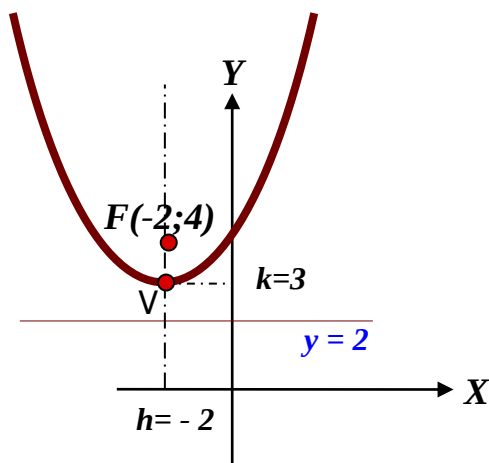
Es decir que las coordenadas del vértice de la parábola son $V(-2; 3)$

Del hecho que $(x + 2)$ esté al cuadrado se desprende que la parábola es a eje vertical, es decir con eje focal paralelo al eje "y".

Para saber si sus ramas se orientan hacia arriba o hacia abajo debemos calcular el signo del parámetro "p".

Para que 4 sea igual a $4p$ se debe verificar $4p = 4 \Rightarrow p = \frac{4}{4} = 1$

Vemos que el parámetro p tiene signo positivo, por lo tanto las ramas de la parábola se orientarán hacia arriba.



Coordenadas del foco:

En el sentido de las X , vemos que tiene la misma coordenada que el vértice, es decir $x = -2$.

En el sentido de las Y , vemos que está elevada una distancia igual a $k + p$, es decir $3 + 1$, por lo tanto será $y = 4$.

La recta directriz es horizontal y está elevada una distancia igual a $k - p$, es decir $3 - 1 = 2$, por lo tanto su ecuación será $y = 2$.

Ejemplo:

Dada la ecuación: $(y + 2)^2 = -8(x - 4)$

Hallar el valor del parámetro "p", coordenadas del vértice, coordenadas del foco y ecuación de la recta directriz.

Si comparamos la ecuación dada con la ecuación genérica de la parábola:

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

Podemos deducir que:

Para que $(x - 4)$ sea igual a $(x - h)$ debe ser: $h = +4$

Para que $(y + 2)^2$ sea igual a $(y - k)^2$ debe ser: $k = -2$

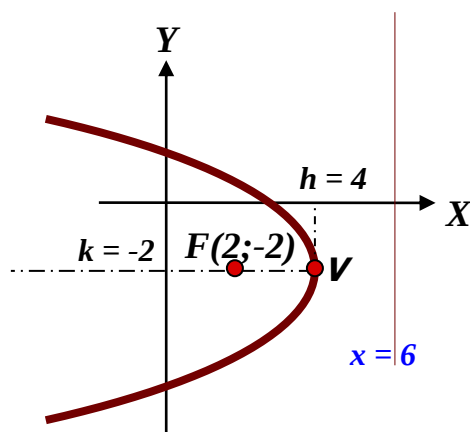
Es decir que las coordenadas del vértice de la parábola son $V(+4; -2)$

Del hecho que $(y + 2)$ esté al cuadrado se desprende que la parábola es a eje horizontal, es decir con eje focal paralelo al eje "x".

Para saber si sus ramas se orientan hacia la derecha o hacia la izquierda debemos calcular el signo del parámetro "p".

Para que -8 sea igual a $4p$ se debe verificar $4p = -8 \Rightarrow p = \frac{-8}{4} = -2$

Vemos que el parámetro p tiene signo negativo, por lo tanto las ramas de la parábola se orientarán hacia la izquierda.



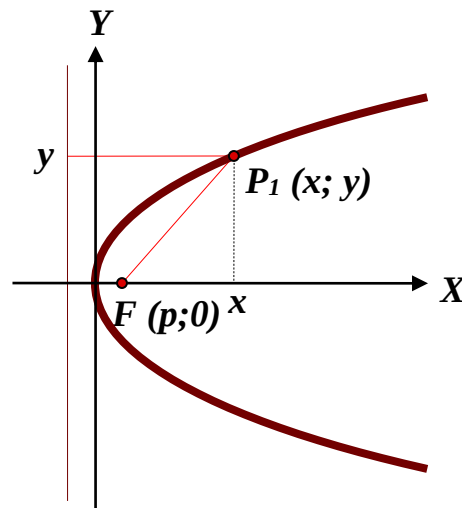
Coordenadas del foco:

En el sentido de las X , vemos que está desplazado una distancia igual a $h - p$, es decir $4 - 2 = 2$, por lo tanto será $x = 2$.

En el sentido de las Y , vemos que tiene la misma coordenada que el vértice, es decir $y = -2$.

La recta directriz es vertical y está desplazada una distancia igual a $h + p$, es decir $4 + 2 = 6$, por lo tanto su ecuación será $x = 6$.

Veremos ahora el caso en que el **vértice** de la parábola **coincide con el origen** del sistema cartesiano.



En este caso $h = 0$ y $k = 0$

con lo cual la ecuación se reduce a:

La ecuación que representa a todos los puntos de la parábola **(con eje paralelo o coincidente con el eje X)** es:

$$y^2 = 4px$$

Donde **p** es el **parámetro**, y es la distancia existente entre el vértice y el foco, que es la misma que existe entre el vértice y la directriz.

La ecuación que representa a todos los puntos de la parábola **(con eje paralelo o coincidente con el eje Y)** es:

$$x^2 = 4py$$

Ejemplo: Dada la ecuación $x^2 = -8y$

Hallar el valor del parámetro "p", coordenadas del vértice, coordenadas del foco y ecuación de la recta directriz.

Comparando la ecuación dada con la ecuación genérica de la parábola:

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

Podemos deducir que:

Para que $(x)^2$ sea igual a $(x - h)^2$ debe ser: $h = 0$

Para que (y) sea igual a $(y - k)^2$ debe ser: $k = 0$

Es decir que las coordenadas del vértice de la parábola son $V(0; 0)$

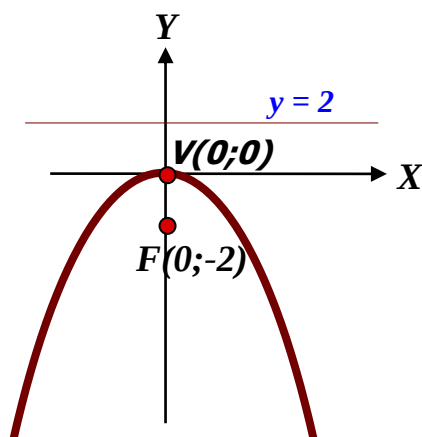
Con lo que la ecuación se reduce a: $x^2 = 4py$

Del hecho que (x) esté al cuadrado se desprende que la parábola es a eje vertical, es decir con eje focal paralelo al eje "y".

Para saber si sus ramas se orientan hacia arriba o hacia abajo debemos calcular el signo del parámetro "p".

Para que -8 sea igual a $4p$ se debe verificar $4p = -8 \Rightarrow p = \frac{-8}{4} = -2$

Vemos que el parámetro p tiene signo negativo, por lo tanto las ramas de la parábola se orientarán hacia abajo.



Coordenadas del foco:

En el sentido de las X , vemos que tiene la misma coordenada que el vértice, es decir $x = 0$.

En el sentido de las Y , vemos que está elevado una distancia igual a $k - p$, es decir $0 - 2 = -2$, por lo tanto será $y = -2$.

La recta directriz es horizontal y está elevada una distancia igual a $k + p$, es decir $0 + 2 = 2$, por lo tanto su ecuación será $y = 2$.