

Ejercicio 13	
I-DATOS	
L = 8m AO = FM = GN = 1/3 de L	
II-INCOGNITAS	
S : superficie del heptágono S I S II S III S IV	
III-DESARROLLO	

$$AO = FM = GN = 1/3 \text{ de } 8 = 8/3$$

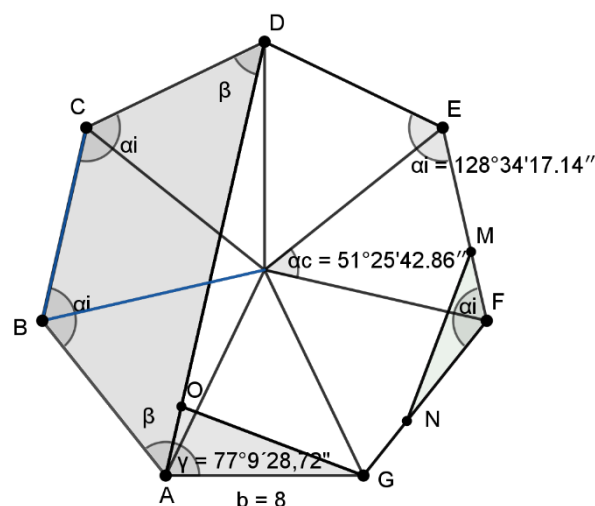
Primero calculamos el ángulo central α_c

$$\alpha_c = 360/7 = 51,42857143 = 51^\circ 25' 42,86''$$

Calculamos el ángulo interior α_i

$$\alpha_i = 180 - 51,42857143 = 128,5714286 = 128^\circ 34' 17,14''$$

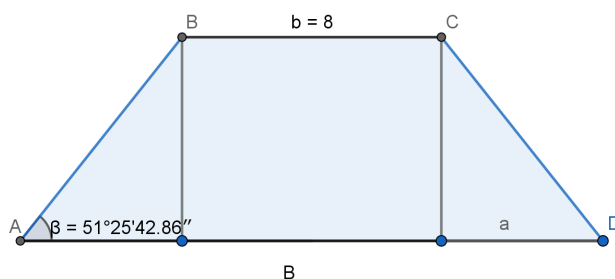
Calculamos la superficie del heptágono: S	
S = Perímetro x apotema/2	Apotema
S = 7 x 8 m x 8,306 m / 2	apot = 4 / tg($\alpha_c/2$)
S = 232,57 m²	apot = 8,306 m



Calculamos la superficie S I

Dibujamos el trapecio que conforma la superficie denominada S I formada por ABCD, podemos hacerlo de distintas maneras por ejemplo por partes y luego sumarmos o como superficie de un trapecio y que

desarrollamos a continuación: $S I = \frac{B+b}{2} h$



B = 8 + 2a	a = 8 cos β
B = 17,98	a = 4,99
b = 8 (dato: lado del heptágono)	
h = 8 sen β	
h = 6,2533	

Cálculo de β

$$2\beta = 360 - (128,5714286 \times 2) = 102,857028$$

$$\beta = 51,428514 = 51^\circ 25' 42,86''$$

$$SI = \frac{B+b}{2} h$$

$$SI = \frac{17,98+8}{2} \cdot 6,2533$$

$$\underline{SI = 81,24 \text{ m}^2}$$

Calculamos la superficie SIII

Conociendo los dos lados (AG y AO) y el ángulo γ comprendido entre ellos podemos calcular el lado OG utilizando el teorema del coseno $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \gamma$

$$AG = 8 \text{ m} = b$$

$$AO = 8/3 \text{ m} = 2,67 \text{ m} = c$$

$$OG = a$$

$$\gamma = \alpha_i - \beta$$

$$\gamma = 128^\circ 34' 71'' - 51^\circ 25' 42,86''$$

$$\gamma = 77^\circ 9' 28,72''$$

Calculamos el lado OG

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \gamma$$

$$OG^2 = 8^2 + 2,67^2 - 2 \cdot 8 \cdot 2,67 \cdot \cos \gamma$$

$$OG = 7,84 \text{ m}$$

Ahora calculamos la superficie SIII, como conocemos dos lados y el ángulo comprendido entre ellos (LAL) utilizaremos el teorema fundamental:

$$SIII = \frac{b \cdot c \cdot \text{sen} \gamma}{2}$$

$$SIII = \frac{8 \text{ m} \cdot 2,67 \text{ m} \cdot \text{sen} 77^\circ 9' 28,72''}{2}$$

$$\underline{SIII = 10,40 \text{ m}^2}$$

Calculamos la superficie SIV

Conociendo los dos lados (MF y FN) y el ángulo γ comprendido entre ellos podemos calcular el lado MN utilizando el teorema del coseno $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha_i$

$$MF = 8/3 = 2,67 \text{ m} = b$$

$$FN = 8 - (8/3) = 5,33 \text{ m} = c$$

$$MN = a$$

Calculamos el lado MN

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos$$

$$MN^2 = 2,67^2 + 5,33^2 - 2.2,67. \cos \alpha$$

$$MN = 7,29 \text{ m}$$

Ahora calculamos la superficie SIV, como conocemos dos lados y el ángulo comprendido entre ellos (LAL) utilizaremos el teorema fundamental:

$$SIV = \frac{b.c.\text{sen}\alpha}{2}$$

$$SIV = \frac{2,67m.5,33m.\text{sen}128^\circ 34' 17,14''}{2}$$

$$\underline{\underline{SIV = 5,55 \text{ m}^2}}$$

Calculamos la superficie SII

Si a la superficie del heptágono le restamos la suma de las superficies calculadas SI SIII y SIV obtenemos SII

$$SII = S - (SI + SIII + SIV)$$

$$\underline{\underline{SII = 135,38 \text{ m}^2}}$$