

FÓRMULAS DE APLICACIÓN

Matemática 1b para arquitectura grupo AZUL



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA
FACULTAD DE ARQUITECTURA,
URBANISMO Y DISEÑO
CARRERA de ARQUITECTURA
CÁTEDRA de MATEMÁTICA 1B

TRIGONOMETRÍA

Sistemas de medición de ángulos. Equivalencias.

SISTEMA SEXAGESIMAL: 1 ángulo recto = 90° ; $1^\circ = 60'$; $1' = 60''$

SISTEMA CENTESIMAL: 1 ángulo recto = 100^G ; $1^G = 100^M$; $1^M = 100^S$

SISTEMA RADIAL: π (en radianes) se define como la relación entre el arco y el radio.

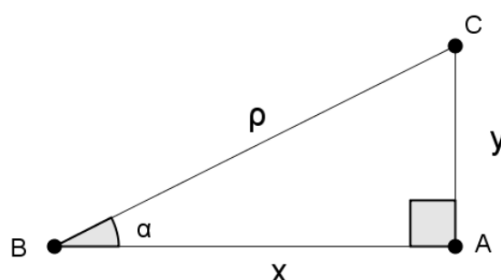
	ÁNGULO RECTO	ÁNGULO LLANO	ÁNGULO DE 1 GIRO
SEXAGESIMAL	90°	180°	360°
CENTESIMAL	100^G	200^G	400^G
RADIAL	$\pi/2$ rad	π rad	2π rad

Relaciones trigonométricas para los ángulos agudos de un triángulo rectángulo

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{y}{\rho}$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{x}{\rho}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{y}{x}$$



Teorema de Pitágoras (ver gráfico anterior): $\rho^2 = x^2 + y^2$

Resolución de Triángulos Oblicuángulos

Teorema del Seno:

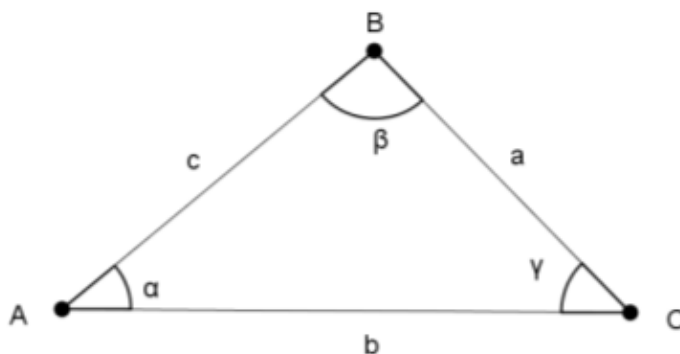
$$\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma}$$

Teorema del Coseno:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \operatorname{cos} \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \operatorname{cos} \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \operatorname{cos} \gamma$$



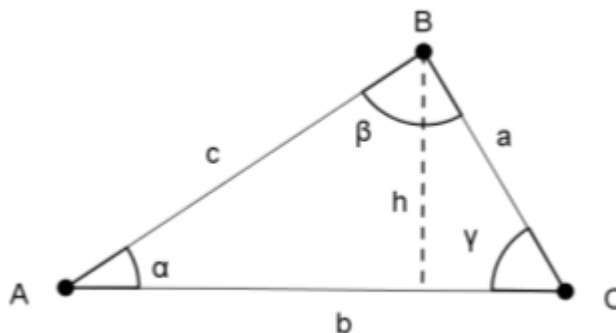
Cálculo del área de un triángulo

$$\text{Área} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$\text{Área} = \frac{b \cdot c \cdot \operatorname{sen} \alpha}{2} \quad (\text{Teorema Fundamental})$$

$$\text{Área} = \sqrt{p \cdot (p - a) \cdot (p - b) \cdot (p - c)} \quad (\text{Fórmula de Herón})$$

$$\text{donde } p = \frac{a + b + c}{2}$$



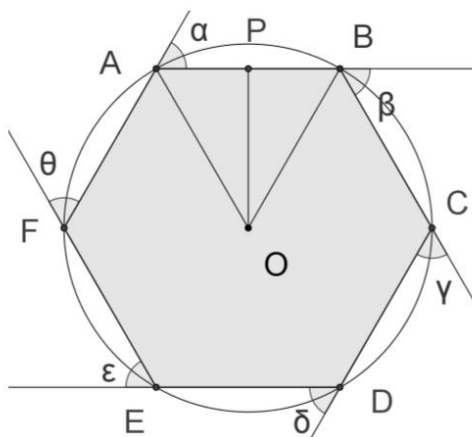
POLÍGONOS

Orden de un polígono (**n**): es el número de vértices = número de lados = número de ángulos interiores = número de ángulos exteriores.

Polígono regular: sus lados y sus ángulos interiores son respectivamente congruentes.

Polígono regular inscrito en una circunferencia

El polígono está **inscrito** en una circunferencia si los vértices del polígono pertenecen a la circunferencia.



Elementos

Vértices: A, B, C, D, E, F

Lados: AB, BC, CD, DE, EF, FA

Ángulos interiores: ABC, BCD, CDE, DEF, EFA, FAB

Ángulos exteriores: α , β , γ , δ , ϵ , θ

Centro de la circunferencia: O

Radio de la circunferencia: OA

Apotema del polígono: OP. Es el segmento determinado por el centro de la circunferencia y el punto medio de un lado. Se verifica que es perpendicular a dicho lado.

Ángulo central: AOB

Propiedades

Suma de ángulos interiores = $180^\circ \cdot (n - 2)$

Suma de ángulos exteriores = 360°

Número de diagonales = $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$

Propiedades de polígonos regulares

Ángulo interior = $\frac{180^\circ \cdot (n-2)}{n}$

Ángulo central = ángulo exterior = $\frac{360^\circ}{n}$

Superficie polígono regular = $\frac{n \cdot l \cdot Ap}{2}$

GEOMETRÍA ANALÍTICA. SISTEMAS DE COORDENADAS

Sistema de coordenadas unidimensional

Distancia horizontal entre 2 puntos

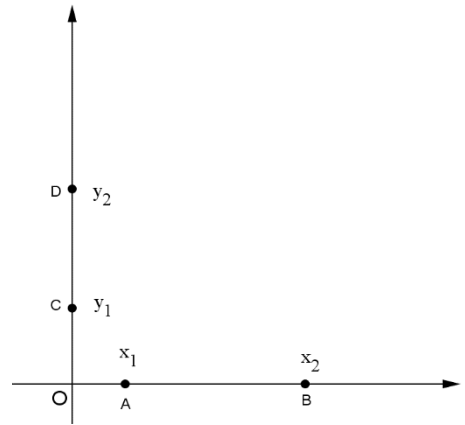
$$|\overline{AB}| = |x_2 - x_1| = |x_1 - x_2|$$

Distancia vertical

$$|\overline{CD}| = |y_2 - y_1| = |y_1 - y_2|$$

$|\overline{AB}|$ es la longitud del segmento AB.

Las barras $||$ significan **valor absoluto**.



Sistemas de coordenadas en el plano: rectangular y polar

Distancia entre dos puntos

$$|\overline{P_1P_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Punto medio de un segmento

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Relaciones entre los sistemas

De polares a rectangulares

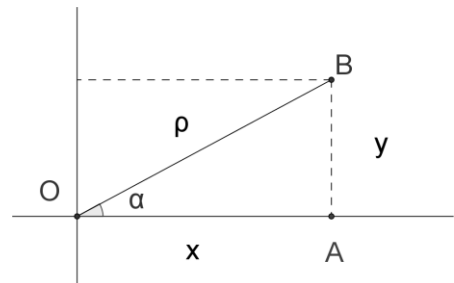
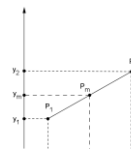
$$x = \rho \cdot \cos \alpha$$

$$y = \rho \cdot \sin \alpha$$

De rectangulares a polares

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\alpha = \arctg \frac{y}{x}$$



GEOMETRÍA ANALÍTICA. RECTA

Ecuación general o implícita: $Ax + By + C = 0$

Forma explícita: $y = ax + b$

Forma segmentaria o reducida: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

Ecuación de la recta que pasa por un punto $P(x_1; y_1)$ cuya pendiente es "a": $y - y_1 = a(x - x_1)$

Ecuación de la recta que pasa por dos puntos $P(x_1; y_1)$ y $Q(x_2; y_2)$: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

Paralelismo y perpendicularidad

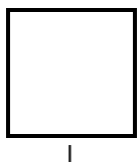
Dos rectas son paralelas si poseen la misma pendiente.

$$R1: y = a_1x + b_1 \quad \wedge \quad R2: y = a_2x + b_2 \quad \wedge \quad R1 \parallel R2 \quad \Leftrightarrow \quad a_1 = a_2$$

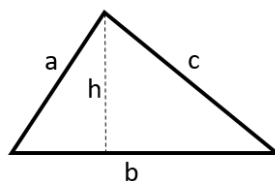
Dos rectas son perpendiculares si y solo si sus pendientes son inversas y opuestas.

$$R1: y = a_1x + b_1 \quad \wedge \quad R2: y = a_2x + b_2 \quad \wedge \quad R1 \perp R2 \quad \Leftrightarrow \quad a_1 = -1/a_2$$

PERÍMETRO (P), ÁREA (A) y VOLUMEN (V)



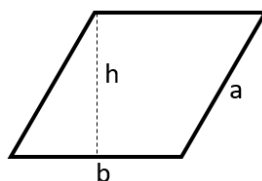
Cuadrado
 $P = 4l$
 $A = l^2$



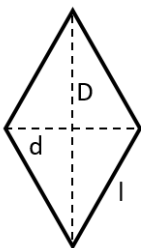
Triángulo
 $P = a + b + c$
 $A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$



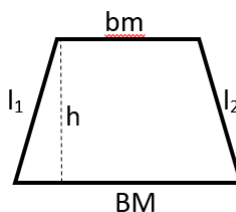
Rectángulo
 $P = 2(b + h)$
 $A = b \cdot h$



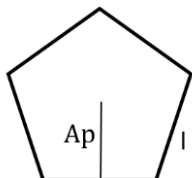
Paralelogramo
 $P = 2(a + b)$
 $A = b \cdot h$



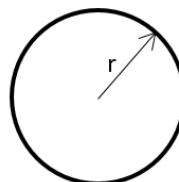
Rombo
 $P = 4l$
 $A = \frac{1}{2} \cdot D \cdot d$



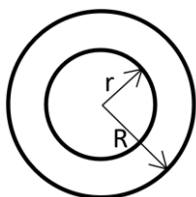
Trapezio
 $P = B + b + l_1 + l_2$
 $A = \frac{(BM + bm) \cdot h}{2}$



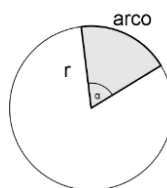
Polígono regular de n
 lados
 $P = n \cdot l$
 $A = \frac{P \cdot Ap}{2}$



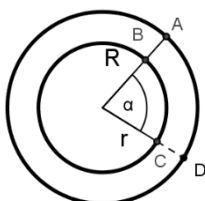
Circunferencia
 y círculo
 $P = 2 \cdot \pi \cdot r$
 $A = \pi \cdot r^2$



Corona circular
 $A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

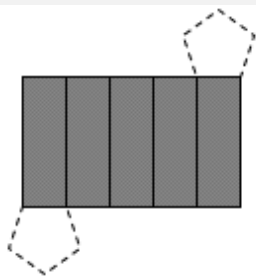


Sector circular
 $\text{arco} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha}{360^\circ}$
 $A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^\circ}$
 $A = \frac{1}{2} \cdot \text{arco} \cdot \text{radio}$



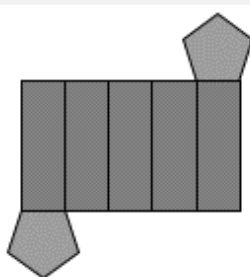
Trapezio circular ABCD
 $A = \frac{\pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot \alpha}{360^\circ}$

Prisma recto



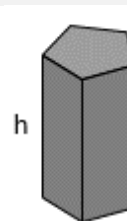
Área lateral

$$A_L = P_B \cdot h$$



Área total

$$A_T = A_L + 2 A_B$$

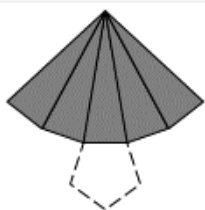


Volumen

$$V = A_B \cdot h$$

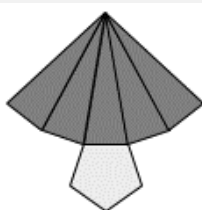
Referencias: A_B (área de la base), A_L (área lateral), h (altura), h_c (altura de la cara), P_B (perímetro de la base), V (volumen).

Pirámide recta



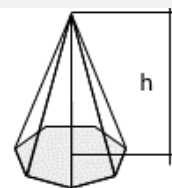
Área lateral

$$A_L = 1/2 \cdot P_B \cdot h_c$$



Área total

$$A_T = A_L + A_B$$

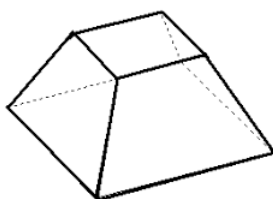


Volumen

$$V = 1/3 \cdot A_B \cdot h$$

Referencias: A_B (área de la base), A_L (área lateral), h (altura), h_c (altura de la cara), P_B (perímetro de la base), V (volumen).

Tronco de pirámide



Área lateral

$$A_L = 1/2 \cdot (P_B + P_b) \cdot h_c$$

Área total

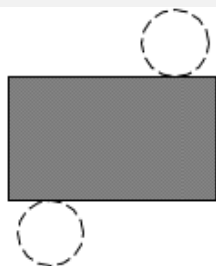
$$A_T = A_B + A_b$$

Volumen

$$V = 1/3 \cdot (A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b}) \cdot h$$

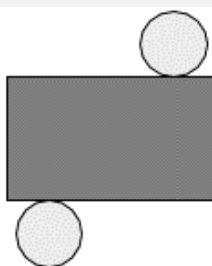
Referencias: A_B (área de la base mayor), A_b (área de la base menor), A_L (área lateral), h (altura), h_c (altura de la cara), P_B (perímetro de la base mayor), P_b (perímetro de la base menor), V (volumen).

Cilindro



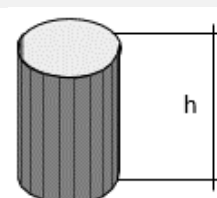
Área lateral

$$A_L = P_B \cdot h$$



Área total

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_B$$

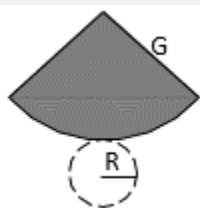


Volumen

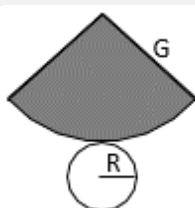
$$V = A_B \cdot h$$

Referencias: A_B (área de la base), A_L (área lateral), A_T (área total), h (altura), h_c (altura de la cara), P_B (perímetro de la base), V (volumen).

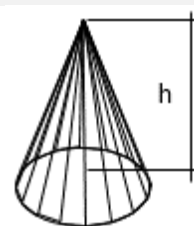
Cono



Área lateral
 $A_L = G \cdot R \cdot \pi$



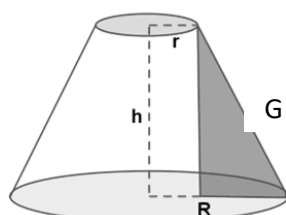
Área total
 $A_T = A_L + A_B$



Volumen
 $V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot h$

Referencias: A_B (área de la base), A_L (área lateral), A_T (área total), h (altura), G (generatriz), h_c (altura de la cara), R (radio de la base), V (volumen).

Cono trunco



Área lateral
 $A_L = \pi \cdot (R + r) \cdot G$

Área total
 $A_T = \pi \cdot (R + r) \cdot G + A_B + A_b$

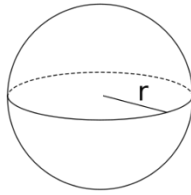
Volumen
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r)$

Referencias: A_B (área de la base mayor), A_b (área de la base menor), A_L (área lateral), A_T (área total), h (H: altura), G (generatriz), R (radio de la base mayor), r (R' : radio de la base menor), V (volumen).

Poliedros regulares

	TETRAEDRO	HEXAEDRO	OCTAEDRO	DODECAEDRO	ICOSAEDRO
N° de caras	4	6	8	12	20
N° de vértices	4	8	6	20	12
N° de aristas	6	12	12	30	30
Polígonos de las caras	Triángulo	Cuadrado	Triángulo	Pentágono	Triángulo
Superficie	$a^2\sqrt{3}$	$6a^2$	$2a^2\sqrt{3}$	$3a^2\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}$	$5a^2\sqrt{3}$
	$1,7321 a^2$	$6 a^2$	$3,4641 a^2$	$20,6457 a^2$	$8,6603 a^2$
Volumen	$a^3 \frac{\sqrt{2}}{12}$	a^3	$a^3 \frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{a^3(15+7\sqrt{5})}{4}$	$\frac{5a^3(3+\sqrt{5})}{12}$
	$0,1179 a^3$	a^3	$0,4714 a^3$	$7,6631 a^3$	$2,1817 a^3$

Esfera



Superficie esférica

$$S = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Volumen de la esfera

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$